QUELQUES ASPECTS DES MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE MATERNELLE

Claire MARGOLINAS

INTRODUCTION

A l'école maternelle, les enfants sont parfois considérés comme trop jeunes pour que des apprentissages mathématiques soient à leur portée. Pourtant, à leur arrivée à l'école élémentaire, les élèves manifestent déjà, en mathématiques, des connaissances et des habiletés bien différentes. Où ont-ils rencontré ces connaissances? Quelles sont les situations qui leur ont permis leur émergence? L'école maternelle pourrait-elle avoir un rôle à jouer dans cette genèse?

Je m'interrogerai, dans une première partie sur la nature des mathématiques à l'école maternelle, du point de vue des textes officiels et sur le travail spécifique du professeur de ce niveau, concernant cette discipline. En restreignant mon propos aux aspects numériques et pré-numériques, je développerai dans une deuxième partie certains aspects plus ou moins bien connus des mathématiques de ce niveau, en insistant sur les connaissances pré-numériques d'organisazion des collections: énumération et partition.

I. DES MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE MATERNELLE?

Les mathématiques dans les textes officiels

A l'école maternelle (enfants de 2-3 ans à 5 ans), les disciplines scolaires et en particulier les mathématiques, ont un statut délicat. S'agit-il vraiment de mathématiques?

En France, cette difficulté est visible dans les textes officiels (Ministère de l'éducation nationale, 2008), qui découpent les domaines abordés à l'école en "s'approprier le langage", "découvrir l'écrit", "devenir élève", "agir et s'exprimer avec son corps", "découvrir le monde", "percevoir, sentir, imaginer, créer", des catégories très proches sont à l'oeuvre en Italie suite aux nouvelles indications nationales. Les accompagnements de programme (Ministère de l'éducation nationale, 2005[1]) justifient d'ailleurs cette absence

---

[1] Formellement ces « accompagnements de programmes » ne se réfèrent pas aux mêmes programmes (2002 et non pas 2008) mais, pour les aspects qui sont considérés dans cet article, il n'y a pas de différence sensible.

d'explicitation: "Le programme pour l'école maternelle ne comporte ni partie *Mathématiques*, ni autres parties disciplinaires. Cependant, il est possible de repérer dans la rubrique *Découverte du monde*, des propositions d'activités et des compétences qui trouveront un prolongement dans les apprentissages mathématiques ultérieurs. *En effet, les enfants n'attendent pas le cycle 2 pour utiliser un mode de pensée mathématique et commencer à élaborer leurs premières connaissances dans ce domaine*." (p. 1).

Il est assez facile de comprendre les difficultés des rédacteurs des documents officiels, en effet, s'ils introduisent trop tôt des connaissances résolument disciplinaires (comme la connaissance du système décimal et de la numération) ils pourraient être accusés de cautionner un "dressage" des enfants qui, sans connaître les situations dans lesquels interviennent les quantités, seraient en position d'étudier le système de numération. En même temps, la difficulté des maîtres peut alors être de trouver des pistes permettant d'élaborer des progressions et des programmations, au dela des simples occasions de rencontres. En effet, si le travail éducatif des maîtres de l'école maternelle est assez clair: "socialiser" les enfants, si leur rôle dans le développement du langage est également assez évident, leur travail dans d'autres domaines, et singulièrement en mathématiques, ne l'est pas.

Le travail de transposition didactique du professeur

Pour comprendre la difficulté du professeur, référons nous, en mathématiques, à un autre niveau scolaire, par exemple au Lycée. A ce niveau de la scolarité, l'enseignement des mathématiques jouit d'une longue histoire, qui structure et organise les pratiques du professeur, au point que la difficulté est alors, quand la société le juge utile, d'introduire de nouveaux enjeux. Les mathématiques se présentent au professeur comme un texte déjà structuré, les savoirs sont organisés les uns par rapport aux autres d'une façon dont la "tradition" détermine en partie l'ordre. Pour l'enseignement de ce niveau, la difficulté est de retrouver les enjeux de l'apprentissage de ces savoirs, leurs raisons d'être (Chevallard, 1997), d'élaborer des situations fondamentales (Brousseau, 1998; Legrand, 1996).

A l'école maternelle, le problème est en quelque sorte inverse, car ce sont les situations auxquelles les enfants doivent être confrontées qui sont décrites, sans que les savoirs qui y sont engagés ne le soient. Le problème du professeur est alors de savoir ce que les élèves doivent apprendre, ce qu'ils sont supposés mémoriser, retenir, savoir pour une prochaine fois, mais aussi comment s'articulent les situations les uns par rapport aux autres. Le professeur doit penser, sans l'aide ni d'une tradition ni de textes officiels, l'organisation d'un temps didactique (Chevallard, 1985).

Des enjeux à clarifier

L'établissement d'une progression dans un temps des savoirs suppose que le professeur ait des moyens d'observer une telle progression chez ses élèves, ce qui lui permet de "linéariser" les apprentissages. Qu'il s'agisse d'une évaluation formelle ou non, que cette évaluation soit ou non rendue publique, auprès des familles, notamment, celle-ci est indispensable au professeur pour continuer à "avancer".

Dans certains domaines, comme celui de la comptine numérique orale, une telle observation semble très simple: l'enfants "sait compter" jusqu'à 6 ou 15, il connaître des noms de nombres jusqu'à 29, etc. La famille reconnaît et valorise un tel apprentissage et produit d'ailleurs parfois un entrainement intensif d'apprentissage systématique de la comptine. Par contre la lecture de nombres écrits en chiffres n'est pas toujours un enjeu considéré clairement comme relevant de l'école maternelle (en France, c'est le cas, pour les nombres jusqu'à 30, depuis la version 2008 des textes officiels).

Dans d'autres domaines, moins visibles, des savoirs comme l'énumération (Briand, 1999) sont ignorés, ce sera l'objet du développement de cet article (partie II et suivantes).

Des observations à l'école maternelle

Par rapport à cette situation, les professeurs réagissent de façons différentes.

Certains professeurs (c'est encore une pratique courante en France) adoptent comme progression des apprentissages l'ordre des nombres, faisant étudier le 1 puis le 2, etc. On peut les comprendre, car il s'agit de la façon la plus simple de régler la question de la progression, qui calque son ordre sur celui des nombres, d'autre part, elle porte une sorte d'évidence "comment apprendre le 2 si l'on n'a pas le 1" disent ces professeurs. Pour montrer l'absurdité d'une telle progression, il est nécessaire de disposer d'une autre façon de décrire les savoirs en jeu dans l'apprentissage des nombres, qui permette de distinguer la quantité, le cardinal, la position, l'ordinal, la correspondance terme à terme, la définition de la comptine numérique comme une comptine parmi d'autres, etc. On est bien loin de l'apparence de simplicité...

D'autres professeurs (pratique tout aussi courante en France) considèrent qu'il n'est pas vraiment nécessaire, en découverte du monde, de penser une véritable progression. L'important, pour ceux-ci, est de confronter les élèves à des situations qui s'insèrent dans des projets qui ne sont pas déterminés par des savoirs, mais plus globalement: par exemple, si les élèves ont été au cirque, alors le professeur fait compter des éléphants représentés sur des fiches, si c'est l'automne, les élèves devront représenter certain nombre de pommes dans un panier, etc. D'après nos observations, il est très difficile de trouver une progression vraiment organisée dans ce cas, sans doute parce que le professeur consacre son temps de préparation plutôt à l'articulation thématique et iconographique et qu'il ne lui reste plus vraiment la possibilité d'aller plus loin. Nous pouvons repérer seulement des grands éléments, essentiellement liés à la taille des nombres (plus petits en début d'année, plus grands en fin d'année). Ce qu'expriment les professeurs qui travaillent de cette manière, c'est l'importance, pour les enfants, de "donner du sens" aux activités, le sens étant pensé assez globalement (si l'on a été au cirque, ça "a du sens" de trouver des éléphants sur une fiche). Par ailleurs, il suffirait que les enfants aient l'occasion de rencontrer des situations variées, "il en restera bien quelque chose".

Des travaux de recherches commencent à montrer (Bautier, 2006) que l'école maternelle, contrairement à son ambition de donner leur chance à tous les enfants et malgré l'engagement authentique des professeurs, joue un rôle dans la construction des inégalités, les "occasions" d'apprendre ne seraient pas saisies par tous, mais seulement par certains. En mathématiques, comme dans d'autres domaines (voir (Laparra, 2005, 2006) pour le domaine de la langue), une réflexion didactique sur les enjeux mathématiques paraît donc importante, c'est une partie de celle-ci que nous allons mener maintenant.

II. QUELQUES ASPECTS CONNUS ET MOINS CONNUS DES MATHÉMATIQUES EN MATERNELLE

A propos des connaissances nécessaires aux apprentissages élémentaires

Si l'école maternelle doit permettre aux élèves d'acquérir les connaissances qui sont nécessaires à l'entrée dans les problématiques qui sont celles de l'école élémentaire, alors il faut s'interroger sur les connaissances qui vont leur permettre, dans les premiers mois de la première année de l'enseignement élémentaire, de comprendre à la fois le système de numération décimale, son écriture, le dénombrement et le calcul élémentaire.

Il n'est pas douteux que des connaissances concernant les nombres soient nécessaires pour que cet apprentissage puisse se faire dans de bonnes conditions. Certaines sont assez bien connues et d'autres moins, abordons tout d'abord rapidement les premières.

Les situations dans lesquelles le dénombrement a un sens sont des situations dans lesquelles on veut obtenir l'égalité de deux collections (au moins), dans lesquelles certaines actions sont empêchées. Si l'on peut toujours faire correspondre aisément les deux collections terme à terme, alors il est inutile de recourir à une procédure de dénombrement. Dans une situation où les deux collections ne sont pas disponibles en même temps, il est possible d'introduire une collection intermédiaire qui peut être mise en correspondance terme à terme avec chacune des collections. Une telle collection intermédiaire est quelconque, sa seule propriété étant d'être déplaçable. Cette description élémentaire de l'opération de correspondance entre des collections distantes permet de comprendre que le comptage n'est pas la seule procédure qui permet une telle opération, sans doute est-il important, pour que l'élève puisse donner un sens à une telle procédure et non pas seulement l'imiter, qu'il puisse en faire l'expérience au travers des connaissances développées en situation. Pour qu'une collection de référence (et non plus seulement une collection intermédiaire) soit nécessaire, il faut éprouver la nécessité de partager socialement la correspondance de collection, notamment dans des situations de formulation (Brousseau, 1998; Margolinas, 2003). Dans cette perspective, la comptine numérique est une collection de référence partagée socialement qui, si elle est parfaitement stable, est aisément transportable puisqu'on peut toujours l'avoir dans la tête. Elle n'est pas toujours la meilleure, car son caractère oral la rend sensible à toute perturbation extérieure (c'est pour celà que l'on utilise souvent un code écrit pour dénombrer certaines collections, comme des bulletins de vote, par exemple). Une telle description est tout à fait banale, néanmoins, elle donne des pistes didactiques concrètes pour la conception de progressions dont l'organisation repose effectivement sur l'articulation des connaissances.

Par ailleurs, la comptine numérique elle-même est une chanson qui, comme toute chanson, est structurée par l'avancée du temps, on peut d'ailleurs noter que n'importe quelle chanson connue peut servir pour établir une correspondance terme à terme entre deux collections distante, il suffit pour cela qu'elle soit stable. Le caractère de "chanson" donne également des pistes pour sa mémorisation, qui ne sont pas toujours prise au sérieux: réciter la comptine à partir de n'importe quel point, savoir s'arrêter et reprendre, réciter malgré une perturbation, etc. La comptine numérique orale est basée sur une certaine régularité, qui reflète les groupements en base dix, ce qui permettra d'en envisager, plus tard, l'étude systématique. Néanmoins, une telle régularité, dans la plupart des langues, n'est effective que au mieux à partir de 20, sachant que pour être "régulière" encore faut-il avoir connaissance d'une régularité sur au moins deux segments, c'est-à-dire jusqu'à 39, sinon cette régularité n'est telle que pour celui (l'adulte) qui sait que l'on dira trente-deux comme on dit vingt-deux... Là encore on peut voir que cette description donne des pistes de travail de l'oral qui, y compris indépendamment de tout dénombrement effectif, permettra l'entrée dans la compréhension de la numération et de l'étude des nombres.

En deça des connaissances déjà assez élaborées de dénombrement et de comptine, j'aimerais maintenant aborder d'autres connaissances moins connues, liées aux gestes effectifs du dénombrement.

L'énumération

Pour dénombrer des points représentés sur une feuille il faut bien entendu connaître la comptine, mais aussi réaliser le geste suivant: pointer chaque point, une fois et une seule, jusqu'à ce qu'il n'y en ait plus. (Briand, 1999) a étudié cette connaissance et lui a donné un nom: l'énumération. « Pour compter le nombre d'éléments d'une collection finie montrée, l'élève doit nécessairement :

1. *Etre capable de distinguer deux éléments différents d'un ensemble donné.*
2. *Choisir un élément d'une collection*
3. Enoncer un mot nombre (« un » ou le successeur du précédent dans une suite de mot-nombres).
4. *Conserver la mémoire de la collection des éléments déjà choisis.*
5. *Concevoir la collection des objets non encore choisis.*
6. *Recommencer (pour la collection des objets non encore choisis) 2-3-4-5 tant que la collection des objets à choisir n'est pas vide.*
7. *Savoir que l'on a choisi le dernier élément.*
8. Enoncer le dernier mot-nombre. » (p. 53)

Les étapes en italiques caractérisent une connaissance non enseignée: l'*énumération.*

On retiendra que l'énumération est l'action *d'organisation d'une collection* qui permet de la parcourir d'une façon systématique et donc ordonnée.

L'énumération est nécessaire au comptage, mais ne dépend pas de la connaissance de la comptine. Briand a montré qu'il existait des situations d'énumération sans comptage et que l'énumération était enseignable (Briand, Loubet, & Salin, 2004). Son analyse permet notamment de comprendre les difficultés en jeu dans des items d'évaluation classiques, dans lesquels les élèves doivent compter des points disposés en ligne ou bien "en désordre".

Dans le cadre d'un groupe de développement de l'INRP[2], nous sommes engagés dans la production d'un ouvrage (CD-Rom) qui permette aux professeurs de mieux comprendre les enjeux de ce que sont "les dessous du

[2] Groupe Démathé, Institut National de la Recherche Pédagogique, Lyon.

numérique” (titre provisoire de l’ouvrage, à paraître aux éditions Hatier, voir (Margolinas, Wozniak, De Redon, & Rivière, 2007)). Les exemples de situations et d’observation que je développerai maintenant sont issus de ce travail.

L’énumération et les autres disciplines

L’énumération intervient rarement isolée d’une autre activité, dans un premier temps, nous l’avons rencontrée dans le cadre du dénombrement. En fait, elle n’est pas réservée au domaine des mathématiques. Il y a en fait de très nombreuses activités durant lesquelles il faut parcourir une collection de façon ordonnée et contrôlée.

En prélecture, il est par exemple très courant de retrouver une lettre dans une série de mots, ou bien un mot simple (comme « maman ») dans une série de mots. Dans le premier cas, il faut donc parcourir toute la collection des lettres pour retrouver la lettrea du modèle. Dans le second, il faut parcourir toute la collection des mots pour retrouver le mot du modèle. Cette deuxième fiche cache en fait une autre activité d’énumération, car les enfants ne savent pas lire. Quand ils considèrent un mot, ils doivent comparer les lettres de ce mot avec les lettres du modèle, une par une, dans l’ordre.

Dans nos observations en maternelle, nous avons remarqué que, pour les élèves les plus faibles, pour lesquels la reconnaissance de la lettre ou du mot est déjà difficile, le parcours de la collection des lettres ou des mots ne va pas de soi non plus. Ils sont confrontés à une double difficulté : celle de la lecture, qui est repérée par le professeur, et celle de l’énumération, qui n’est souvent pas considérée.

Maintenant que vous avez cette clé d’observation, vous allez voir de l’énumération partout… effectivement, énumérer est une activité très courante, combinée avec toute sorte d’autres activités, qu’elles soient ou non mathématiques.

Recherche d’une situation

Pour mieux comprendre les difficultés liées à l’énumération, il peut être important de les observer dans des situations où l’énumération intervient seule (ou principalement), alors que nous venons de voir que l’énumération intervient dans de nombreuses situations où elle est liée à d’autres connaissances et, de ce fait, souvent mal identifiée. Nous avons conçu une telle situation, destinée à l’observation.

Une situation d'énumération nécessite la construction d'un parcours ordonné et contrôlé. La difficulté, surtout si on cherche une situation sans dénombrement, c'est de trouver un moyen de valider ce parcours. Notre solution (le lecteur pourra en trouver d'autres, je n'en doute pas !) consiste à disposer de petits objets (des morceaux de sucres, dans le CD-Rom) sur une table et à les cacher sous de petits « chapeaux » de papiers (voir figure 1).

Figure 1- Une situation d'énumération

L'élève doit récupérer tous les sucres cachés sous les chapeaux, pour cela, il doit soulever un seul chapeau, prendre le sucre, le déposer dans la boîte et replacer le chapeau au même endroit (l'emplacement est marqué par une croix sur la feuille). S'il soulève un chapeau et ne trouve pas de sucre, il a perdu. Quand l'élève annonce qu'il a terminé, on enlève tous les chapeaux, si tous les sucres ont bien été trouvés, l'élève a gagné.

Observation d'une situation d'énumération

Nous avons observé hors classe des élèves de 4 ans à 11 ans. Notons tout d'abord qu'il y a une très grande diversité des réussites et des échecs (des élèves jeunes réussissent, des élèves âgés échouent), ce qui est caractéristique d'une connaissance qui, n'étant pas enseignée, évolue peu. Par ailleurs, les stratégies des élèves montrent bien une organisation plus ou moins efficace.

Certains élèves (comme Olivia, 8 ans) soulèvent des chapeaux dans l'ensemble de la feuille sans organisation visible. Leur échec est prévisible.

La plupart des élèves qui réussissent traitent séparément deux sous-collections : une sous-collection composée des cinq éléments à gauche sur la figure 1 et une sous-collection composée des dix éléments restants. La sous-collection de gauche, peu nombreuse, est énumérée assez simplement. Par contre, beaucoup d'élèves ont des difficultés avec la sous-collection de droite de dix éléments.

Ceux qui réussissent parcourent cette sous-collection en ayant recours aux deux organisations sous-jacentes à la raison graphique (Goody, 1977/1979) : les lignes et les colonnes. La reconnaissance de ces organisations permet de comprendre que l'énumération n'est pas « naturelle », mais qu'elle se construit : c'est une connaissance. Elle permet aussi de considérer l'agencement des points à énumérer comme un jeu de variables : plus cet agencement est proche d’une organisation facile à identifier, comme celle des lignes ou des colonnes, plus l’énumération est simple.

L’organisation des collections

Si je veux maintenant dénombrer des jetons, que faut-il faire? Je vais prendre un premier jeton, prononcer *un* pousser ce premier jeton sur le côté de la table puis recommencer jusqu’à ce que la collection initiale soit épuisée. Il s’agit d’un geste qui semble simple et quasiment naturel. Du point de vue de la situation, la différence avec le dénombrement des points que j’ai évoqué pour introduire l’énumération, c’est que les objets (les jetons) sont *déplaçables*. Le parcours systématique de la collection des jetons, qui est nécessaire pour réussir le dénombrement, est obtenu grâce à une organisation spatiale rigoureuse de la collection.

Une observation en classe

A la suite d’une course, un élève compte des ballons, contenus au départ dans un récipient profond. Il prend un premier ballon dans ses bras, énonce un, un deuxième énonce deux, un troisième, énonce trois, à ce moment, un des ballons lui échappe et retombe dans le récipient, malgré cela, imperturbable, il prend un autre (?) ballon, énonce quatre et ainsi de suite. Dans la classe, personne ne proteste, même les élèves d’une autre équipe concurrente.

Que se passe-t-il?

Que s’est-il passé ? des ballons déjà comptés sont retombés dans le bac et vont être comptés deux fois, c’est parce que les conditions matérielles de réalisation des actions sont moins favorables que l’on peut comprendre ce qui est en jeu et qui était masqué par l’aspect “naturel” du dénombrement des jetons.

Partitions successives d’une collection

Pour comprendre ce qui est en jeu dans la procédure de comptage des jetons, nous avons besoin d’introduire la notion de partition. Réaliser une partition d’une collection c’est distinguer plusieurs ensembles dans la collection avec les deux contraintes suivantes : ces ensembles ne doivent pas avoir d'élément en commun et quand on réunit ces ensemble, on obtient la collection de départ.

Quand nous avons compté les jetons, le déplacement des jetons en deux tas génère une partition en deux ensembles, les jetons déjà comptés et les jetons à compter. La composition de ces deux ensembles évolue au fur et à mesure que le comptage est réalisé, puisque les jetons changent de statut. On fabrique en fait des partitions successives de la collection de jetons.

Partition et autre discipline

Comme pour l'énumération, nous rencontrons la partition ailleurs qu'en mathématique, par exemple dans des situations très classique de prélecture : retrouver une lettre suivant un modèle dans le stock d'étiquette des lettres de l'alphabet.

Quelle est l'activité de l'élève dans cette situation ? Il doit chercher dans le tas des étiquettes des lettres de l'alphabet, la lettre qui correspond au modèle. Pour cela il choisit une première étiquette, il la compare au modèle, si celle-ci ne correspond pas au modèle, il la pose dans un espace libre. Et il recommence, et obtient donc deux tas : celui des étiquettes qui ont déjà été examinées, dans lequel ne se trouve pas la bonne étiquette et celui des étiquettes à examiner, ce qui correspond à la deuxième image. A chaque étape, la collection des étiquette est séparée en deux tas, c'est une partition de la collection. Chaque étape est différente de la suivante puisque les étiquettes changent de statut, on réalise ainsi des des partitions successives de la collection des étiquettes.

Quand il trouve l'étiquette correspondant au modèle, l'élève la pose dans la case, l'exercice est fini, les autres étiquettes n'ont plus de fonction pour cet exercice, leurs places respectives n'importe plus, il n'y a plus de raison de les distinguer.

Pour être efficace, l'élève doit certes reconnaître la bonne lettre, mais aussi savoir la chercher dans le tas des étiquettes-lettres, ce qui n'est pas une difficulté de lecture, mais d'organisation de collection.

Dans nos observations en maternelle, nous avons remarqué que, pour les élèves les plus faibles, pour lesquels la reconnaissance de la lettre est déjà difficile, l'organisation de la collection des étiquettes-lettres ne va pas de soit non plus : les tas des étiquettes déjà traitées et à traiter se mélangent, l'élève réexamine sans fin les mêmes étiquettes et n'a jamais en main l'étiquette correspondant au modèle, quand il a enfin en main la bonne étiquette, il ne la reconnaît même pas car la longueur de la tâche lui a fait perdre le fil. Si il n'a pas perdu le fil et finit par réussir, alors il aura bien reconnu la lettre, mais n'aura développé aucune technique pertinente pour la partition de la collection des étiquettes, la fois suivante il ne sera pas plus avancé.

Maintenant que vous avez cette clé d'observation, vous vous rendrez compte que les problèmes de partition sont omniprésents dans les activités scolaires.

Situations d'organisation de collection

Cherchons maintenant une situation qui mette en jeu la question de la partition de collections successives en faisant intervenir le moins possible d'autres connaissances (comme le dénombrement ou la reconnaissance de lettre), des situations classiques correspondent à ce critère, il s'agit des situations de *tri*, quand les critères sont simples et ne sont pas l'enjeu de la situation.

Néanmoins, pour que la difficulté principale soit bien le contrôle des partitions successives, la situation de tri doit réaliser quelques caractéristiques: il doit y avoir suffisamment d'objets pour que la gestion des espaces de partition soit un enjeu (dans nos expériences il y en a une cinquantaine), ces objets doivent être assez petits pour que l'on puisse en avoir suffisamment dans un petit espace (dans nos expériences il s'agit de petites perles ou de petits jetons), les objets doivent pouvoir se distinguer suivant un critère simple, mais pas visible en permanence, en effet, si le critère est très visible, comme la couleur, on voit facilement une erreur et la gestion de l'espace n'est pas nécessairement rigoureuse (dans nos expériences, il y a des perles pleines et vides, des jetons avec une marque d'un seul côté ou sans marque). Enfin, pour que la situation ne pose pas de problème lors de la conclusion (Margolinas, 1993), il est important qu'il soit possible de conclure sur la validité du tri sans avoir à le refaire, dans notre expérience, nos perles bouchées sont plus denses que les perles vides, une fois plongée dans l'eau elles tombent au fond alors que les perles vides flottent, ce qui permet de valider ou d'invalider le tri, pour les jetons marqués, nous n'avons pas trouvé de bonne solution.

Observation d'une situation de tri

Nous avons observé des élèves de 3 à 6 ans dans ces situations de tri. Comme dans les situations d'énumération, il y a une très grande diversité, qui n'est pas en cohérence avec l'âge: certains élèves de 3 ans ont une totale maîtrise de l'espace et des partitions successives, au point que la tâche est sans intérêt pour eux, certains élèves de 6 ans semblent tout à fait démunis dans cette situation. Ces observations laissent donc penser qu'il y a effectivement un manque de travail à l'école maternelle concernant ces types d'organisation, aucune évolution cohérente n'étant visible.

Dans la situation elle-même (certaines passations sont très longues, jusqu'à 20 minutes!), les stratégies évoluent, ce qui montre qu'un apprentissage est possible. Beaucoup d'élèves procèdent au départ par extraction des objets suivant un critère (par exemple les perles pleines), l'espace réservé à ces objets extraits, souvent la main, n'est sans doute pas conçu comme tel (on prend et on garde dans la main). Quand par hasard c'est une perle vide qui est examinée, elle est souvent reposée avec les autres, ce qui dénote un problème d'organisation, en effet, il faut trois espaces pour réaliser le tri: celui des perles à trier, celui des perles pleines, celui des perles vides et non pas seulement deux. Il y a donc des connaissances en jeu dans ces situations, qui sont susceptibles d'apprentissage, comme Briand (1993) l'avait montré également pour les connaissances d'énumération.

CONCLUSION

Ce petit texte ne peut prétendre épuiser la question des mathématiques à l'école maternelle, d'autant que nous n'avons pas abordé les connaissances spécifiquement spatiales. J'espère avoir montré que des connaissances très élémentaires, spécifiques du domaine que l'on pourrait appeler "pré-numérique" sont nécessaires à la construction des connaissances qui concernent à la fois le dénombrement et la numération.

Mon ambition est de rendre le professeur plus savant sur cette question, pour qu'il soit à même de prendre des décisions. En effet, pour toutes ces connaissances, il ne s'agit pas de les travailler ni en même temps ni tout le temps.

Nos observations en maternelle montre que les difficultés liées à l'énumération ou à la partition des collections rendent souvent la vie difficile au professeur, Or, si l'objet du travail n'est pas l'énumération et qu'elle n'intervient que comme une gêne, le professeur peut modifier l'exercice à l'avance pour simplifier l'énumération. Au contraire, quand il souhaite que les élèves travaillent les connaissances d'énumération, il peut laisser celle-ci à leur charge pour qu'ils s'y essayent. Il peut aussi, quand il le juge opportun, montrer aux élèves qu'il est possible d'organiser l'énumération en s'appuyant sur des formes de base (comme ligne et colonne). En effet, même s'il est possible d'enseigner l'énumération, comme l'a montré Briand, il n'est possible aussi d'être attentif, comme pour les autres connaissances, à permettre son apprentissage, même dans des situations non spécifiques. Les situations ordinairement vécues à l'école maternelle en donne de très fréquentes occasions. De même, si le professeur installe un lexique stable et simple pour désigner les espaces de travail: ce qui est déjà traité, ce qui reste à traiter, par exemple, il peut faire le lien entre les situations qui nécessitent des partitions successives (dénombrement d'objets déplaçables, tri, etc.). Si l'enjeu de la situation n'est pas de laisser l'élève gérer ces espaces lui-même, il peut disposer lui-même des espaces (par un jeu de boîte) mais cela sera d'autant plus profitable que le professeur pourra expliciter ce qu'il fait ainsi:

“je te donne une boîte pour mettre ce qui est à compter et une autre pour mettre ce que tu as déjà compté”, par exemple.

Ce qui est important ici, c’est que la « capacité à s’organiser », qui est souvent décrite par les professeurs comme une « propriété de l’élève » (celui-ci s’organise mal !), est en fait une connaissance, qui peut être travaillée.

Ce qui nous semble important également, c’est que cette analyse ne préjuge pas d’une forme d’enseignement, celle-ci est à la charge du professeur. Il s’agit d’un certain point de vue sur les relations entre les recherches en didactique des mathématiques et les professeurs. Nous pensons en effet qu’il peut être important d’aider les professeurs à trouver des formes d’enseignement plus efficaces, mais que ce n’est pas le seul rôle des recherches et qu’il est aussi essentiel de leur fournir de meilleurs instruments de choix pour nourrir leur pratique.

RÉFÉRENCES

Bautier, E. (Ed.). (2006). *Apprendre à l'école, Apprendre l'école. Des risques de construction d'inégalités dès la maternelle*. Lyon: Chronique Sociale.

Briand, J. (1999). Contribution à la réorganisation des savoirs prénumériques et numériques. Étude et réalisation d'une situation d'enseignement de l'énumération dans le domaine prénumérique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19*(1), 41-76.

Briand, J., Loubet, M., & Salin, M.-H. (2004). *Apprentissages mathématiques en maternelle*. Paris Hatier.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique*. Grenoble La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (1997). *Questions vives, savoirs moribonds : le problème curriculaire aujourd’hui*. Paper presented at the Défendre et transformer l’école pour tous Marseille.

Goody, J. (1977/1979). *La raison graphique* (J. Bazin & A. Bensa, Trans.). Paris: Les éditions de minuit.

Laparra, M. (2005). L'écrit en maternelle: bricolage ou opération cognitive. In N. Ramognino & P. Vergès (Eds.), *Le Français hier et aujourd'hui. Politiques de la langue et apprentissages scolaires. Etudes offertes à V. Isambert-Jamati* (pp. 39-47): Publications de l'Université de Provence.

Laparra, M. (2006). La grande section de maternelle et la "raison graphique". *Pratiques*(131-132).

Legrand, M. (1996). La problématique des situations fondamentales. Confrontation du paradigme des situations à d’autres approches didactiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 16*(2), 221-280.

Margolinas, C. (1993). *De l'importance du vrai et le faux dans la classe de mathématiques*. Grenoble La Pensée Sauvage.

Margolinas, C. (2003). *Un point de vue didactique sur la place du langagier dans les pratiques d'enseignement.* Paper presented at the Construction des connaissances et langage dans les disciplines d'enseignement, Bordeaux.

Margolinas, C., Wozniak, F., De Redon, M.-C., & Rivière, O. (2007). Les mathématiques à l'école ? Plus complexe qu'il n'y paraît ! Le cas de l'énumération de la maternelle... au lycée *Bulletin de l'APMEP, 471*, 483-496.